EXERCICE N°1 : 6 points 35 '

Soit u la suite réelle définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n - 4}{u_n - 1} \end{cases}$

1) Montrer par récurrence, que pour tout n de on a : $u_n > 2$.

2) Montre que la suite u est décroissante puis en déduire un majorant de (u_n).

3) Soit la suite v définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{u_n + 1}{u_n - 2}$.

a- Montrer que v est une suite arithmétique de raison 3.

b- Exprimer v_n puis u_n en fonction de n , et calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) a- Montrer que pour tout n de IN on a : $u_{n+1} - 2 \geq \dfrac{1}{2}(u_n - 2)$.

b- Montrer que pour tout n de IN on a : $u_n - 2 \geq \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

c- Soit $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$ .Montrer que pour tout n de IN : $S_n \geq 2n + 4 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$, puis en déduire que (S_n) est divergente

EXERCICE N°2 : 5 points 25 '

On considère la suite réelle U définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \dfrac{2}{\sqrt{4 - U_n^2}}$

1) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $0 < U_n \leq \sqrt{2}$

2) Etudier la monotonie de la suite U .

3) Soit la suite réelle V définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \dfrac{U_n^2}{2 - U_n^2}$.

a) Montrer que V est une suite arithmétique.

b) Exprimer U_n en fonction de n . Trouver $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

Soit $n \in \mathbb{N}^*$ on pose par $S_n = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{k}{U_k^2}$. Exprimer S_n en fonction de n puis calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{S_n}{n^2}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com